Examenul de bacalaureat național
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\sqrt{7}\left(\sqrt{7}+1\right)-\sqrt{7}=7$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-6x+8$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5\left(x^2+9\right)=2$.
5p	**4.** După o ieftinire cu 40%, prețul unui obiect este 300 de lei. Calculați prețul obiectului înainte de ieftinire.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,2)$, $B(-3,2)$ și $C(0,6)$. Determinați, în triunghiul ABC, lungimea medianei din vârful C.
5p	**6**. Arătați că $\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sin 60^\circ-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sin 45^\circ=\frac{1}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}6 & -10\\ 3 & -5\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det A=0$.
5p	**b)** Demonstrați că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b+ab)$, pentru orice numere reale a și b.
5p	**c)** Determinați numărul real a pentru care $M(1)+M(2)+\ldots+M(2019)=2019M(a)$.
	2. Se consideră polinomul $f=mX^3+2X^2-mX-2$, unde m este număr real nenul.
5p	**a)** Arătați că $f(1)=0$, pentru orice număr real nenul m.
5p	**b)** Pentru $m=3$, determinați rădăcinile polinomului f.
5p	**c)** Determinați numărul real nenul m pentru care $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=-4$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3x+5$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=3(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Demonstrați că funcția f este convexă pe $[0,+\infty)$.
5p	**c)** Demonstrați că $f(x)\le 7$, pentru orice $x\in(-\infty,1]$.
	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{3x^2+6x+7}$.
5p	**a)** Arătați că $\int_0^1 f^2(x)\,dx=11$.
5p	**b)** Calculați $\int_{-1}^1 \frac{x+1}{f(x)}\,dx$.
5p	**c)** Demonstrați că, pentru orice $a\in(0,+\infty)$, suprafața plană delimitată de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=a$ are aria mai mare sau egală cu $a\sqrt{7}$.