

BACALAUREAT 2021, VARIANTA 14

Matematică *M\_tehnologic*

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $\frac{1}{2} : 0,5 - \frac{1}{4} : 0,25 = 0$ .
- 5p 2. Calculați  $f(-1) \cdot f(1)$ , unde  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{3x-2} = 5$ .
- 5p 4. Un obiect costă 1000 de lei. Determinați prețul obiectului după o scumpire cu 20%.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2,3)$  și  $B(6,3)$ . Calculați distanța de la punctul  $O$  la mijlocul segmentului  $AB$ .
- 5p 6. Calculați lungimea laturii  $AB$  a triunghiului  $ABC$  dreptunghic în  $A$ , știind că  $AC = 4$  și  $B = \frac{\pi}{4}$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$  și  $B(x, y) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ y & -1 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  și  $y$  sunt numere reale.
- 5p a) Arătați că  $\det A = -4$ .
- 5p b) Arătați că  $\det(A - 2B(x, y)) = 0$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p c) Determinați numerele reale  $x$  și  $y$  pentru care  $A \cdot B(x, y) = B(x, y) \cdot A$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \circ y = xy + 2(x + y) + 2$ .
- 5p a) Arătați că  $2020 \circ (-2) = -2$ .
- 5p b) Demonstrați că  $x \circ y = (x + 2)(y + 2) - 2$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p c) Determinați numerele reale nenule  $x$  pentru care  $\frac{1}{x} \circ x = x$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + (x-1)^2$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = 3x^2 + 2x - 2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x f'(x)}{f(x)} = 3$ .
- 5p c) Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției  $f$  în care tangenta la graficul funcției  $f$  este paralelă cu dreapta  $y = 3x + 1$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^5 + x^3 + 2x + 2$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_{-1}^1 (f(x) - x^3 - 2x - 2) dx = 0$ .
- 5p b) Arătați că  $\int_0^2 e^x (f(x) - x^5 - x^3 - 3x - 1) dx = -2$ .
- 5p c) Demonstrați că orice primitivă a funcției  $f$  este convexă.