

Matematică *M\_tehnologic*

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $1,75 : 0,25 - 2\left(\frac{17}{4} - 2,25\right) = 3$ .
- 5p 2. Determinați imaginea funcției  $f : [1,5] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + 1$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2(2x + 4) = 4$ .
- 5p 4. După o ieftinire cu 20%, prețul unui produs este de 144 lei. Determinați prețul produsului înainte de ieftinire.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2, a)$  și  $B(5, 0)$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numerele reale  $a$ , știind că segmentul  $AB$  are lungimea egală cu 5.
- 5p 6. Arătați că  $\sin^2 130^\circ + \cos^2 50^\circ = 1$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$ ,  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Arătați că  $\det A = 0$ .
- 5p b) Arătați că  $A \cdot A + A = O_2$ .
- 5p c) Demonstrați că există o infinitate de matrice  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  astfel încât  $\det X = \det(X + I_2)$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \circ y = -xy + x + y$ .
- 5p a) Arătați că  $1 \circ \sqrt{2} = 1$ .
- 5p b) Demonstrați că  $x \circ y = -(x-1)(y-1) + 1$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $3^x \circ 5^x = 1$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^4 - 2x^2 - 63$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = 4x(x-1)(x+1)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 2$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x^2 - 9}$ .
2. Se consideră funcțiile  $F : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = \frac{x^2}{x+1}$  și  $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 1 - \frac{1}{(x+1)^2}$ .
- 5p a) Demonstrați că funcția  $F$  este o primitivă a funcției  $f$ .
- 5p b) Calculați  $\int_0^1 f(x) dx$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $a$ ,  $a > 1$ , pentru care  $\int_1^a \frac{f(x)}{F(x)} dx = \ln \frac{8}{3}$ .