

Matematică *M_tehnologic*

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $2,5 : 0,5 - 5\left(6,5 - \frac{11}{2}\right) = 0$.
- 5p 2. Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2 + mx + 1 = 0$, unde m este număr real. Determinați numărul real m , știind că $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $1 + \sqrt{x-2} = 3$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 10.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-4,6)$, $B(4,6)$ și $C(-4,0)$. Determinați perimetrul triunghiului ABC .
- 5p 6. Calculați $\cos A$, știind că A este unghi ascuțit astfel încât $\sin A = \frac{4}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det(A + I_2) = 5$.
- 5p b) Arătați că $A \cdot A = 4A$.
- 5p c) Demonstrați că există o infinitate de matrice $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, pentru care $A \cdot X = X \cdot A$.
- 2) Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = \frac{xy + x + y - 1}{2}$.
- 5p a) Arătați că $1 * 2 = 2$.
- 5p b) Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x * x \leq 1$.
- 5p c) Calculați $(-1) * 0 * 1 * \dots * 2020$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2 \ln x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{2(x-1)(x+1)}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $\ln \frac{2}{3} \leq -\frac{5}{18}$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^{2020} - 2020x + 1$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) + 2020x - 1) dx = \frac{1}{2021}$.
- 5p b) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă pe $[1, +\infty)$.
- 5p c) Calculați $\int_0^1 (f(-x) - f(x)) e^x dx$.