

Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)^2 - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) = 2$.
- 5p 2. Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2 - 4x + m = 0$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care $x_1^2 + x_2^2 = 2$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x+1} = 3x+1$.
- 5p 4. După o ieftinire cu 25%, prețul unui obiect este 750 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de ieftinire.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,2)$ și $B(8,6)$. Determinați coordonatele punctului C , știind că $OABC$ este paralelogram.
- 5p 6. Arătați că $\sqrt{3} \cos 30^\circ + \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \cos 90^\circ = 2$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(a) = I_2 + aA$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(M(1)) = -1$.
- 5p b) Demonstrați că $M(a) \cdot M(b) - M(a+b) = 2abM(0)$, pentru orice numere reale a și b .
- 5p c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $X \cdot M(1) = M(0)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 4xy + 4x + 4y + 3$.
- 5p a) Arătați că $1 * (-1) = -1$.
- 5p b) Demonstrați că $x * y = 4(x+1)(y+1) - 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numărul real x pentru care $x * \frac{1}{4} * (-x) = 19$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x+1}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$, $x \in (-1, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că funcția f este convexă.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2 + 1}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (x^2 + 1)(f(x) - x^2) dx = 1$.
- 5p b) Calculați $\int_{-1}^1 x f(x) dx$.
- 5p c) Determinați numărul natural n , știind că $\int_0^1 f(x) dx = \frac{n^2}{3} + \frac{\pi}{4} - 1$.