

Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{11}(\sqrt{11}+1) - (\sqrt{11}+3) = 8$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 5x + 6$. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 + 2} = 3\sqrt{3}$.
- 5p 4. Se consideră patru puncte distincte, oricare trei dintre ele necoliniare. Calculați numărul dreptelor determinate de câte două dintre aceste puncte.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(-1, 2)$ și $N(2, 1)$. Determinați coordonatele simetricului punctului M față de punctul N .
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC , cu $AB = 3\sqrt{2}$, $BC = 9$ și $AC = 3\sqrt{5}$. Calculați măsura unghiului B .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1-10a & 8a \\ -5a & 1+4a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = -5$.
- 5p b) Demonstrați că $A(a) \cdot A(b) = A(a+b-6ab)$, pentru orice numere reale a și b .
- 5p c) Determinați numerele naturale m și n , pentru care $A(m) \cdot A(n) = A(6-5mn)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 3x - 3y + 12$.
- 5p a) Arătați că $1 * 3 = 3$.
- 5p b) Demonstrați că $x * y = (x-3)(y-3) + 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numerele numere reale x pentru care $x * x * x = x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^5 - 5x + 2020$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 5(x-1)(x+1)(x^2+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Demonstrați că funcția f este concavă pe $(-\infty, 0]$.
- 5p c) Demonstrați că ecuația $f(x) = 2025$ nu admite nicio soluție în intervalul $[-1, 1]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x$.
- 5p a) Arătați că orice primitivă F a funcției f este crescătoare pe $[0, \pi]$.
- 5p b) Calculați $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} 2f(x)f'(x) dx$.
- 5p c) Arătați că $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(x) dx = 1$.