

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $3(2 - \sqrt{20}) + \sqrt{180} = 6$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 1$. Calculați $(f \circ f)(1)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(5x - 1) = \lg 2 + \lg 7$.
- 5p 4. După o scumpire cu 30% un obiect costă 5200 de lei. Determinați prețul inițial al obiectului.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$, $B(4,8)$ și $C(4,0)$. Calculați distanța de la punctul B la dreapta AC .
- 5p 6. Arătați că $\frac{2\cos 30^\circ}{2\operatorname{tg} 45^\circ + 1} = \operatorname{tg} 30^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} a+1 & 2a+1 \\ a & 2a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(10)) = 10$.
- 5p b) Demonstrați că $(A(a) - A(b))(A(a) - A(b)) = 3(a - b)(A(a) - A(b))$, pentru orice numere reale a și b .
- 5p c) Determinați numărul natural n pentru care $\det(A(2)) + \det(A(3)) + \dots + \det(A(n)) = 35$.
2. Pe mulțimea $M = [\sqrt{2}, +\infty)$ se definește legea de compoziție asociativă și cu element neutru $x * y = \sqrt{(x^2 - 2)(y^2 - 2)} + 2$.
- 5p a) Arătați că $4 * \sqrt{3} = 4$.
- 5p b) Determinați simetricul elementului $x = \sqrt{6}$, în raport cu legea de compoziție „*”.
- 5p c) Calculați $\sqrt{2} * \sqrt{3} * \sqrt{4} * \dots * \sqrt{2020}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2\sqrt{x}(\ln x - 1)$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{\sqrt{x}(\ln x + 1)}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = \frac{1}{e}$ situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $\sqrt{e}f(x) + 4 \geq 0$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x \in (-\infty, 0] \\ \frac{3x - 1}{x + 1}, & x \in (0, +\infty) \end{cases}$.
- 5p a) Arătați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

5p b) Calculați $\int_1^2 f(x) dx$.

5p c) Arătați că $\int_{-1}^0 e^x f(x) dx = \frac{5-3e}{e}$.