

Examenul de bacalaureat național
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) : \left(1 - \frac{1}{12}\right) = 1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 4$. Arătați că $f(-2) + f(2) = 4f(0)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_8(x^2 - 27) = \log_8(x - 3)^2$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$, acesta să fie număr par.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4, 3)$ și $B(8, 3)$. Determinați coordonatele punctului C , știind că punctul B este mijlocul segmentului AC .
- 5p 6. Arătați că $\cos^2 30^\circ + \sin^2 60^\circ - 2 \cos 30^\circ \cdot \sin 60^\circ = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det M = 3$.
- 5p b) Determinați numărul real a pentru care $A(a) \cdot A(a) = 4A(a) - I_2$.
- 5p c) Determinați numărul real a pentru care $\det(aA(a) + M) = 0$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 4X^2 + mX + 2$, unde m este număr real.
- 5p a) Arătați că $f(2) = 2m - 6$, pentru orice număr real m .
- 5p b) Demonstrați că, pentru orice număr real m , numărul $E = x_1^2 x_2 x_3 + x_1 x_2^2 x_3 + x_1 x_2 x_3^2$ este întreg, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .
- 5p c) Pentru $m = 3$, determinați rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 7x^3 - 5x^2 + x + 1$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = (3x - 1)(7x - 1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x f'(x)}{f(x)}$.
- 5p c) Demonstrați că $f(x) \leq \frac{52}{49}$, pentru orice $x \in \left(-\infty, \frac{1}{3}\right]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + 8x - 2, & x \in (-\infty, 0] \\ x - 2, & x \in (0, +\infty) \end{cases}$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 f(x) dx = -\frac{1}{2}$.
- 5p b) Demonstrați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .
- 5p c) Demonstrați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = -1$ și $x = 0$ are aria egală cu $\frac{17}{3}$.