

BACALAUREAT 2021, VARIANTA 14

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\sqrt{16} - \sqrt{32} + \sqrt{18} + \sqrt{2} - 2^2 = 0$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + a^2$, unde a este număr real. Determinați numerele reale a , pentru care $f(1) = 2$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{3x+1} = 3^4$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie impar.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$ și $B(3,7)$. Determinați coordonatele simetricului punctului B față de punctul A .
- 5p** 6. Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, arătați că $\sin^2 x - 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(x) = B + xI_2$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = -5$.
- 5p** b) Arătați că $A \cdot M(x) = M(x) \cdot A$, pentru orice număr real x .
- 5p** c) Determinați numărul real x pentru care $A \cdot A - 3(A + M(x)) = I_2$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = \frac{1}{3}xy + x + y$.
- 5p** a) Arătați că $2020 * (-3) = -3$.
- 5p** b) Determinați numerele reale x pentru care $(6 * x) * 6 = 6$.
- 5p** c) Determinați numerele reale nenule x pentru care $x * \frac{1}{x} = -3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x(x^2 - 3) + 3$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = 3(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - x^3}{x+1} = -3$.
- 5p** c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 + x + e^x$.
- 5p** a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) - x - e^x) dx = \frac{2}{5}$.
- 5p** b) Arătați că $\int_1^e (f(x) - x^4 - e^x) \ln x dx = \frac{e^2 + 1}{4}$.
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $\int_0^a f(x) dx = \frac{5a^2 + 54}{10} + e^a$.