

Matematica M_tehnologic

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați primul termen al unei progresii geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$ în care $b_3 = 12$ și rația $q = 2$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $f(x) \geq f(1)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(x+1) = \log_5(11-x)$.
- 5p 4. Calculați $C_{11}^9 - C_{11}^2$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3,4)$, $B(1,0)$ și $C(5,4)$. Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.
- 5p 6. Arătați că $\frac{\sin 135^\circ}{\cos 45^\circ} = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = -1$.
- 5p b) Demonstrați că $A \cdot A \cdot A = A$.
- 5p c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A \cdot X = I_2 + 3A$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - 2x - 2y + 6$.
- 5p a) Arătați că $2 * 2020 = 2$.
- 5p b) Demonstrați că $x * y = (x-2)(y-2) + 2$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numerele naturale m și n pentru care $m * n = 13$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2(x-1)e^x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 2xe^x$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x}$.
- 5p c) Demonstrați că $xe^x \geq e^x - 1$, pentru orice număr real x .
2. Se consideră funcția $f: (-4, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+2}{x+4}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^2 (x+4)f(x) dx = 6$.
- 5p b) Calculați $\int_{-2}^0 f(x) dx$.
- 5p c) Demonstrați că $\int_{-3}^a f'(x)f''(x) dx = 2 \left(\frac{1}{(a+4)^4} - 1 \right)$, pentru orice $a \in (-3, +\infty)$.