

Matematică *M_tehnologic*

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(3 - 3 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{5}{14} = 1$.
- 5p 2. Determinați numerele reale m , știind că punctul $A(m, 6)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{14-x} = \sqrt{3x+6}$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să verifice inegalitatea $n(n-10)(n-11) \leq 0$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$, $B(-1,4)$ și $C(3,7)$. Calculați perimetrul triunghiului ABC .
- 5p 6. Arătați că $\sin 30^\circ \cos 30^\circ + 2 \sin 45^\circ \cos 45^\circ - \sin 60^\circ \cos 60^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} x-3 & 1 \\ 1 & 3-x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = -5$.
- 5p b) Demonstrați că $A(x) + A(-x) = 2A(0)$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Determinați numerele reale x pentru care $A(x) \cdot A(x) = 10 \cdot I_2$.
- 2) Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 2x + y - 3xy$.
- 5p a) Arătați că $1 * 2 = -2$.
- 5p b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x * (x-1) = -1$.
- 5p c) Dați exemplul de două numere iraționale a și b pentru care $a * b \in \mathbb{N}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 5x^2(x-3)(x-1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $-27 \leq f(x) \leq 1$, pentru orice $x \in [0, 3]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 2, & x \in (-\infty, 0) \\ e^x + 1, & x \in [0, +\infty) \end{cases}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = e$.
- 5p b) Demonstrați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .
- 5p c) Calculați $\int_{-1}^1 x f(x) dx$.