

BACALAUREAT 2021 VARIANTA 3

PROBA E. C)

Matematică M_tehnologic

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(5 + \frac{1}{2}\right)\left(5 - \frac{1}{2}\right) = \frac{99}{4}$.
- 5p 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 4$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 8 - x$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(2x + 1) = 2$.
- 5p 4. După o ieftinire cu 10%, prețul unei tablete este 630 de lei. Determinați prețul tabletei înainte de ieftinire.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$ și $B(3,5)$. Calculați lungimea segmentului AM , unde M este mijlocul segmentului AB .
- 5p 6. Arătați că $\cos^2 45^\circ - \sin^2 30^\circ = \frac{1}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $M = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} 2+a & 2 \\ 2 & 1+a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det M = 4$.
- 5p b) Arătați că $A(a) \cdot A(-a) + a^2 \cdot I_2 = M$, pentru orice număr real a , unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $M \cdot X = A(0)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = x + y - 10$.
- 5p a) Arătați că $5 * 5 = 0$.
- 5p b) Determinați numerele naturale n pentru care $n^2 * n < -4$.
- 5p c) Determinați numerele reale x pentru care $x * x * x = x^2 - 18$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 6x(x - 1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - x^3 + 2x^2 + x - 2}{x - 1} = 2$.
- 5p c) Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu dreapta de ecuație $y = 12x + 2020$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x(x^2 + 1) - 2$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) - x + 2) dx = 0$.
- 5p b) Calculați $\int_0^1 (f(x) - x^3 + 2) e^x dx$.
- 5p c) Determinați numărul real pozitiv m , știind că $\int_1^2 f(x) dx = m^2 + 1$.