LICEUL TEHNOLOGIC SAVARSIN

RECAPITULARE BACALAUREAT FISA 2

PROGRESII

PROGRESII ARITMETICE

Sirul $(a_n)_{n\geq 1}$ este progresie aritmetica daca $a_n = a_{n-1} + r$; $r \in \mathrm{R}$ este numit ratia progresiei.

Formula termenului general: $a_n = a_1 + (n-1)r$

Formula ratiei: $r = a_n - a_{n-1} (= a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = ...)$

Formula sumei primilor n termeni ai progresiei: $S_n = a_1 + a_2 + ... + a_n = \frac{(a_1 + a_n)\cdot n}{2} = \frac{[2a_1 + (n-1)r]\cdot n}{2}$

Numerele a, b, c sunt in progresie aritmetica daca $b = \frac{a+c}{2}$.

PROGRESII GEOMETRICE

Sirul $(b_n)_{n\geq 1}$ este progresie aritmetica daca $b_n = b_{n-1} \cdot q$; $q \in \mathrm{R}$ este numit ratia progresiei.

Formula termenului general: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

Formula ratiei: $q = \frac{b_n}{b_{n-1}} (= \frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} = \frac{b_4}{b_3} = ...)$

Formula sumei primilor n termeni ai progresiei: $S_n = b_1 + b_2 + ... + b_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q-1}$

Numerele a, b, c sunt in progresie aritmetica daca $b = \sqrt{a \cdot c}$.

PROBLEME

1. Să se determine al şaselea termen al şirului 1,7,13,19,.....

2. Să se determine al şaselea termen al şirului 1,3,9,27, 81, …

3. Să se calculeze suma 1+11+21+31+…+111 .

4. Să se calculeze suma $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}$.

5. Se consideră funcţia f:R→R ,f(x)=x+2 .Să se calculeze f(0)+f(1)+…+f(2012) .

6. Să se verifice că numerele $log_5 5$,C_3^1 şi 5 sunt termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice .

7. Să se verifice că numerele 1, $log_3 9$ şi $\sqrt[3]{64}$ sunt termenii consecutivi ai unei progresii geometrice .

8. Să se determine numărul real x,ştiind că x-3,4,x+3 sunt termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice .

9. Să se determine numărul real x,ştiind că 1, x, x+2,7,… sunt termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice .

10. Să se determine numărul real x,ştiind că 5-x,x+7si 3x+11sunt termenii consecutivi ai unei progresii geometrice.

11. Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq1}$, ştiind că a_1 =3 şi a_2= 7.

12.Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq1}$ în care a_3=5 şi a_6=11.

Să se calculeze a_9 .

13. Se consideră progresia aritmetica $(a_n)_{n\geq1}$ în care a_1 =1 şi a_5 =13.

Să se calculeze a_{2012} .

14.Să se determine ratia unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq1}$, ştiind că a_{10} - a_2 = 16 .

15. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq1}$ în care $a_2=5$ şi $r=3$.

Să se calculeze a_8.

16.Se consideră progresia geometrică în care $b_1=3$ şi $b_2 = 12$.

Să se calculeze b_5 .

17.Să se determine al patrulea termen al unei pregresii geometrice ştiind că raţia este egală cu $\frac{1}{2}$ şi primul termen este 8.

18. Să se determine raţia unei progresii geometrice $(b_n)_{n\geq1}$în care $b_1=3$ şi $b_2- b_1=3$.

19. Să se calculeze produsul primilor 3 termeni ai unei progresii geometrice care are primul termen $\sqrt{2}$ şi raţia egală cu $-\sqrt{2}$.

FUNCTII

Graficul functiei de gradul ii este o parabola. Varful asociat acestei parabole este $V\left(\frac{-b}{2a},-\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Daca $a>0$ valoarea minima a functiei este $\frac{-\Delta}{4a}$, adica $f(x)\geq\frac{-\Delta}{4a}$.

Daca $a<0$ valoarea maxima a functiei este $\frac{-\Delta}{4a}$, adica $f(x)\leq\frac{-\Delta}{4a}$.

Intersectia graficului functiei cu axa Ox: $A(x,0)$, cu x solutia ecuatiei $f(x)=0$.

Intersectia graficului functiei cu axa Oy: $B\left(0, f(0)\right)$.

20. Fie $f:R\to R, f(x)=x^2-3x+2.$

a) Calculeaza f(1)+f(-1)

b) Rezolva ecuatia $\mathrm{f}\left(\mathrm{x}\right)=0$.

c) Determina numerele naturale n pentru care $\mathrm{f}\left(n\right)\leq 0$.

d) Determina coordonatele varfului asociat parabolei functiei.

e) Determina valoarea minima a functiei.

f) Determina coordonatele punctelor de intersectie a graficului functiei cu axele de coordonate.

g) Determina $a\in R$ pentru care $\mathrm{f}\left(a\right)=a.$

h) Determina $a\in R$ pentru care $A(5,a)\in G_f$

i) Determina $a\in R$ pentru care $A(2a,12)\in G_f$.

j) Determina coordonatele punctelor de intersectie ale graficului functiei f cu graficul functiei $g:R\to R, g(x)=2x+2.$

21. Cerintele de la ex. 20 pentru $f:R\to R, f(x)=x^2-4.$

22. Fie $f,g:R\to R, f(x)=x^2-x+2, g(x)=x+1.$ Pentru ce valori reale ale lui a avem $f(a)=g(a).$

23. Fie $f:R\to R, f(x)=2x-1.$ Determina valorile parametrului real a in fiecare din cazurile:

a) f(1)=a b) f(a)=1 c) f(a)=a d) $f(a)=a^2$ e) $f(1-a)=f(1+a).$

23. Daca $f:R\to R, f(x)=x^3+2x$ arata ca $f(-x)=f(x)$.

24. Daca $f:R\to R, f(x)=\frac{x^2+1}{x}$ arata ca $f\left(\frac{1}{x}\right)=f(x)$.

25. Daca $f:R\to R, f(x)=x-2$ calculeaza

a) $f(0)+f(1)+f(2)+...+f(200)$

b) $f(0)\cdot f(1)\cdot f(2)\cdot\ldots\cdot f(200)$

26. Daca $f,g:R\to R,\ f(x)=x^2+1, g(x)=2-x$ calculeaza $(f\circ g)(2),(g\circ f)(5),(f\circ f)(-2),(f\circ f\circ f)(1)$

Obs. $(f\circ g)(x)=f(g(x))$.

27. Fie $f:R\to R,\ f(x)=mx^2-mx+2, m\in R$. Determina valoarea lui m in fiecare din cazurile:

a) f(1)=0 b) f(m)=2

c) Ecuatia f(x)=0 are solutii egale.

d) Ecuatia f(x)=0 nu are solutii reale.

e) Valoarea minima a functiei este 1.

28. Se consideră funcția $f:R\to R$, $f(x)=x^2-25$. Să se calculeze

$$f(-5)\cdot f(-4)\cdot\ldots\cdot f(0)\cdot\ldots\cdot f(4)\cdot f(5).$$

29. Se consideră funcțiile $f,g:R\to R$, $f(x)=3x^2-3x+1$ și $g(x)=x-1$. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $f(x)=-g(x)$.

30. Se considera funcția $f:R\to R$, $f(x)=x^2-11x+30$. Să se calculeze $f(0)\cdot f(1)\cdot\ldots\cdot f(5)\cdot f(6)$.

31. Fie funcția $f:R\to R$, $f(x)=x^2+5x+m+6$. Să se determine valorile reale ale lui m știind că $f(x)\geq 0$, $\forall x\in R$.

32. Fie funcția $f:R\to R$, $f(x)=x^2-3x+2$. Să se calculeze $f(0)\cdot f(1)\cdot\ldots\cdot f(2011)\cdot f(2012)$.

33. Fie funcția $f:[0,2]\to R$, $f(x)=-4x+3$. Să se calculeze mulțimea valorilor funcției f.

34. Să se calculeze distanța dintre punctele de intersecție ale graficului funcției $f:R\to R$, $f(x)=-x^2+2x+8$ cu axa Ox.

35. Să se determine coordonatele punctului de intersecție a dreptei de ecuație $y=-4$ cu graficul funcției $f:R\to R$, $f(x)=x^2-6x+5$.

36. Să se determine valorile reale ale lui m, știind că valoarea minimă a funcției $f:R\to R$, $f(x)=x^2-mx+m-1$ este egală cu $-\frac{1}{4}$.

37. Se consideră funcția $f:R\to R$, $f(x)=x-3$. Să se calculeze $f(-6)+f(0)+f(6)+f(12)$.

38. Se consideră funcția $f:R\to R$, $f(x)=2x-1$. Să se calculeze $f(1)+f(2)+\ldots+f(2011)+f(2012)$.

39. Să se determine funcția de gradul al doilea $f:R\to R$ al cărei grafic are abscisa vârfului egală cu $\frac{7}{2}$.

40. Se consideră funcția $f:R\to R$, $f(x)=5-x$. Să se calculeze $f(0)\cdot f(1)\cdot f(2)\cdot\ldots\cdot f(5)$.

41. Să se determine valorile reale ale lui m pentru care minimul funcției $f:R\to R$, $f(x)=x^2+mx+2$ este egal cu $-\frac{1}{4}$.

42. Se consideră funcția $f:R\to R$, $f(x)=3-2x$. Să se calculeze $f(0)+f(1)+f(2)+\ldots+f(6)$.